

Chapitre **1**

Le marché monétaire

Sur l'ensemble des places financières, on rencontre en fait plusieurs marchés monétaires. Les premiers sont d'un accès restreint aux seuls établissements de crédits et quelques autres institutions financières telles les sociétés de bourse. Les titres qui y sont échangés ne sont pas nécessairement négociables sur les autres marchés monétaires. En effet, des créances commerciales peuvent être cédées sur les marchés monétaires restreints, alors que sur le marché large, elles doivent être regroupées au sein de fonds communs de créance pour pouvoir être "négociées", procédure dite de titrisation. Les taux d'intérêt ne sont pas affectés par cette différence de statut, le mode de calcul reste le même. Les autres compartiments sont totalement ouverts, leur équilibre est l'expression des tensions de liquidités enregistrées par les intervenants.

I. LES TAUX D'INTÉRÊT DU MARCHÉ MONÉTAIRE

S'agissant essentiellement de produits d'une durée de vie initiale inférieure à l'année, les calculs de taux sont élémentaires puisqu'ils correspondent à des intérêts simples. Bien évidemment, quelle que soit la durée infra annuelle, un taux facial est toujours, sans aucune exception, présenté en valeur nominale et en base annuelle. Règle appliquée au marché monétaire européen, l'année de référence comporte 360 jours, année "commerciale". A contrario, sur le marché obligataire, on utilisera l'année calendaire, soit 366 jours pour 2008 (le caractère bissextile d'une année apparaît le 29 février. Par conséquent, 366 jours séparent la période comprise entre le 1^{er} mars 2007 et le 29 février 2008). Voici une première bonne raison d'éviter une comparaison directe entre taux de court terme et de long terme.

1. Les taux directeurs des Banques centrales

En préambule de cette présentation, voici quelques rappels sur les objectifs et instruments de la politique monétaire européenne. Dès le début de son activité en janvier 1999, et conformément au traité de Maastricht de 1992, la BCE a reçu pour mission de maintenir la stabilité des prix. Cette banque centrale indépendante est la clef de voûte du système européen des banques centrales mis en place par les pays membres de l'Union économique et monétaire. Pour remplir ses objectifs finaux, la BCE dispose d'un objectif intermédiaire, au travers de la quantité de monnaie en circulation. L'agrégat monétaire M3 doit progresser d'environ 4,5 % par an en moyenne pluriannuelle. Depuis 2001, la croissance de M3 est plus rapide, elle oscille entre 6 % et 9 %. Cette situation reflète partiellement les arbitrages de portefeuille des agents qui ont eu tendance à désertier les marchés boursiers pour revenir sur des placements plus liquides. D'aucuns expliquent que cette croissance trop élevée justifie que la BCE maintienne ses taux d'intervention au-dessus de ce que semblerait justifier l'état de la conjoncture. La régulation de la liquidité de l'économie passe ainsi par des objectifs instrumentaux que sont les taux d'intérêt.

• Les taux directeurs et les modalités d'intervention retenues par la Banque centrale européenne

Les banques commerciales financent l'économie, la banque centrale finance les banques commerciales. La délivrance de liquidités s'effectue au travers d'une vente aux enchères suivant la technique dite d'open market. Paradoxalement, ce "marché ouvert" est en réalité le plus fermé. Il est réservé à la banque centrale et aux banques commerciales. Les banques viennent acheter de la monnaie centrale sur ce marché en vendant des titres de manière définitive ou temporaire. Les opérations d'open market prennent essentiellement la forme d'apports de liquidités et sont à l'initiative de la BCE. Elles consistent en opérations principales de refinancement. Elles s'effectuent soit à taux fixe (janvier 1999-septembre 2003), soit à taux minimal en régime d'appel d'offre à taux variable (depuis septembre 2003). Ces opérations sont organisées chaque semaine pour une durée de quinze jours, les banques

soumissionnaires seront alimentées selon un taux de service établi par la banque centrale sur la base du montant que souhaite délivrer la banque centrale. Dans ce cas, l'adjudication à taux fixe est une adjudication de volume.

Exemple : une banque commerciale souhaite obtenir 150 millions €. Elle anticipe une demande globale des banques de 5 milliards et prévoit que la banque centrale souhaite délivrer un milliard. Elle fait le pari que le taux de service sera de 20 % et demande 750 millions.

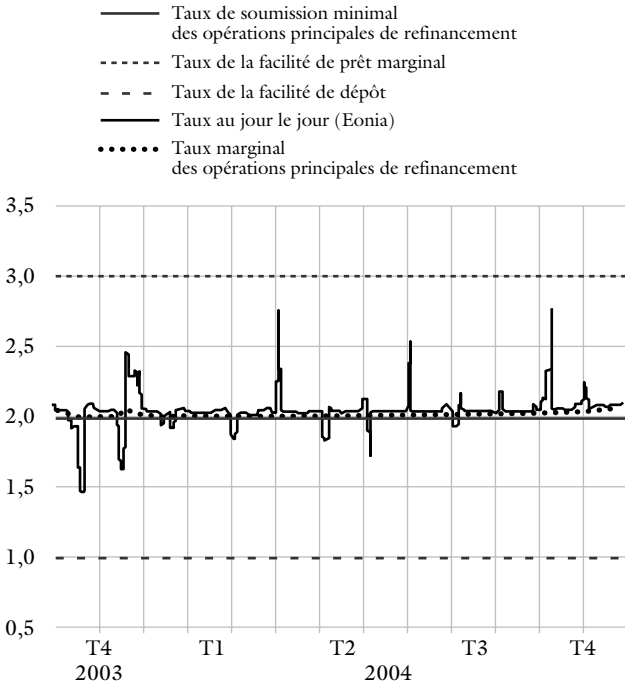
Le coût de ce financement correspond au *taux de refinancement* qui est actuellement de 2 %. Ce processus est le principal vecteur d'alimentation en liquidités des banques. Pour le cas où un déséquilibre apparaît entre la liquidité désirée d'une banque et sa liquidité effective, la banque centrale autorise deux procédures d'ajustement qui sont à la disposition des banques et qui sont disponibles chaque jour pour des durées de 24 h 00 :

- les excédents de liquidités peuvent être replacés auprès de la Banque Centrale, à moins qu'ils ne soient consacrés à la gestion du compte des réserves obligatoires. Le taux de facilité de dépôt est actuellement de 1 %. Il porte le nom de *taux plancher* ;
- les insuffisances de trésorerie peuvent être comblées par un financement supplémentaire au taux des facilités de prêt marginales, dont la valeur 3 % constitue une pénalité et représente le *taux plafond*.

Néanmoins, ces deux procédures présentent un caractère d'urgence. Le taux d'intérêt utilisé va naturellement osciller autour du taux de refinancement, à l'intérieur d'un corridor constitué par les *taux plancher* et *plafond*. L'épaisseur du corridor représente deux points de taux d'intérêt ou 200 points de base. Nous reverrons ce mécanisme dans le prochain paragraphe.

• **Une comparaison internationale de taux d'intérêt directeurs**

Les taux d'intérêt d'intervention pratiqués par les banques centrales sont caractérisés de « *taux directeurs* » (les principaux *taux directeurs* peuvent être consultés chaque jour



Sources : BCE et Reuter.

Taux d'intérêt de la BCE et taux au jour le jour

dans le quotidien les Échos, à la page Marchés Européens-Taux-Changes, à la rubrique « marchés monétaires », dans le tableau « principaux taux directeurs »).

Par leur intermédiaire, les banques centrales envoient un signal qui va se répercuter à l'ensemble de la gamme des taux à l'image d'une pierre jetée au milieu d'une mare. L'onde se matérialise par des cercles concentriques de plus en plus larges, et parfois un effet retour (feed-back de taux) lorsque les berges ont été atteintes. Toutefois, il serait abusif de considérer que les banques centrales fixent de manière unilatérale les taux d'intérêt. Elles ont pour fonction

d'infléchir les valeurs naturelles en scrutant la tendance du marché, en anticipant la conjoncture compte tenu du délai de transmission à l'économie de leurs décisions. Enfin elles conservent un œil sur la situation des changes pour ne pas déstabiliser les marchés de capitaux et le financement de l'économie.

De plus, ces taux servent de référence implicite ou explicite à certains montages financiers de court terme mais aussi de long terme. En outre, ce sont des indicateurs privilégiés de la liquidité des institutions financières et des agents non financiers. Ces marchés et ces taux d'intérêt procurent une base solide à la construction d'anticipations.

Comme nous l'avons indiqué plus haut, le taux de refinancement pratiqué par la Banque centrale européenne a pour valeur 2 % depuis le 6 juin 2003.

Depuis 1999, ce taux a évolué de manière mesurée pour tenir compte de la conjoncture. Il était à 3 % lors de l'introduction de la BCE, il est monté jusqu'à 4,25 % en mai 2001 lors de la formation de la bulle internet, il a, depuis, diminué graduellement sans interruption.

Sur la même période, aux États Unis, lors des réunions du Federal Open Market Committee, la fréquence de révision et l'amplitude de variation du taux des Fed funds ont été beaucoup plus importantes : 6 % en janvier 2001, il est ensuite descendu à 1 % pour se situer à 3,25 % à partir de juin 2005.

Dans le même temps, le taux d'intervention de la Banque d'Angleterre (taux de base) est de 4,75 %, valeur élevée qui est motivée par le souci de « casser » la spéculation immobilière qui sévit sur le bassin de Londres. Dans ce contexte, il est impensable d'imaginer que la Grande Bretagne rejoigne Eurolande car cela supposerait la convergence des taux d'intérêt.

Signalons enfin le cas du Brésil où le taux principal vient d'être relevé à 19,5 % afin de lutter contre l'inflation, et la situation particulière du Japon où le taux « gensaki » est proche de zéro depuis trois ans ! Une politique monétaire

de l'argent gratuit avait pour objectif de lutter contre une situation économique de déflation, elle a surtout eu pour effet d'alimenter la pompe à financement des États-Unis : les cambistes empruntaient au Japon à taux quasi nul pour placer aux USA à un taux de court terme allant jusqu'à 7 %. Seule la faiblesse du dollar a eu raison de ce flux intarissable. Actuellement, le Japon maintient son taux à son niveau minimum de crainte de geler les signes avant-coureur d'une fragile reprise.

Un taux d'intérêt n'a jamais constitué un signe de richesse collective. De plus, il faut observer que l'indépendance des autorités monétaires en Amérique du Nord comme en Europe pose un problème quant à l'aspect démocratique de la politique monétaire :

À la différence de la politique budgétaire qui est longuement discutée, annoncée, soupesée et votée par les parlements, le statut même des autorités monétaires conduit à des décisions prises dans le cadre d'un comité restreint, de manière totalement indépendante, même si des procédures de contrôle ont été mises en place.

L'un des relais de transmission à l'économie privilégié est bien entendu le marché interbancaire.

2. Les taux du marché interbancaire

Ce marché est le lieu privilégié des échanges entre banques : celles qui éprouvent un besoin de liquidité viennent se financer auprès de leurs consœurs. La situation débitrice ou créditrice – demandeur ou offreur de monnaie – évolue chaque jour : une banque à liquidité excédentaire aujourd'hui peut très bien se trouver en déficit demain. Ces liquidités excédentaires doivent nécessairement être prêtées car elles ne sont pas rémunérées.

Les taux sur dépôt et facilités marginales représentent respectivement des jalons bas et haut pour les taux pratiqués sur le second marché monétaire restreint, le "marché interbancaire". La Banque centrale européenne indique la fourchette de taux qu'elle souhaiterait voir utilisée sur ce marché. Pour faire respecter cette fourchette, la BCE se

réserve le droit d'intervenir à la marge pour injecter ou reprendre des liquidités afin de peser sur les taux pratiqués entre les banques commerciales.

En fonction de la durée des opérations, voici quelques taux usuels de ce marché :

- **Le taux au jour le jour**

À l'image de chaque place financière, l'Europe dispose d'un taux « overnight » ou taux au jour le jour. On fait aussi mention d'un « tom'next », pour taux *tomorrow next*, soit un taux au jour le jour pour le jour suivant.

L'acronyme EONIA (*Euro Over-Night Index Average*) est un taux à deux décimales publié à la fin de chaque jour ouvré. La traduction française d'EONIA est TEMPE pour Taux Européen Moyen Pondéré.

C'est une moyenne des taux observés pondérée par le volume des transactions dont le montant dépasse un million €. Le taux EONIA est un taux nominal. Il renseigne la BCE sur l'état de tension des liquidités et lui permet d'évaluer l'efficacité de sa politique. L'importance de ce taux est telle que Euronext-liffe lui a dédié un contrat à terme « overnight indexed swap » : l'une des parties verse un taux d'intérêt fixe tandis que l'autre verse le taux EONIA cumulé sur la période.

- **Les autres taux du marché interbancaire**

Chaque place financière dispose d'un taux d'intérêt de référence ou « benchmark » pour refléter les conditions de financement de court terme. La durée la plus emblématique est de trois mois. Ce taux est aussi utilisé comme index pour des opérations entre agents non financiers. En Europe, en janvier 1999, le taux d'intérêt Euribor (Euro Interbank Offered Rate) a remplacé tout un ensemble de taux offerts sur les marchés interbancaires tels que Pibor à Paris (calculé pour la première fois en octobre 1986), Fibor à Francfort, etc... Néanmoins, la place de Londres publie un Libor et un Euro Libor pour retracer les conditions de taux enregistrées à Londres sur les seules opérations en Euro. Ces deux gammes de taux d'intérêt sont publiées chaque jour dans le

quotidien les Échos, à la page Marchés Européens-Taux-Changes, à la rubrique « marchés monétaires », dans le tableau « taux interbancaire ».

Aux États-Unis, ce taux est appelé Eurodollar 3 mois et au Japon Euroyen 3 mois. S'agissant de l'Union économique et monétaire, Euribor est représentatif des conditions de taux offertes entre signatures bancaires de première catégorie par une sélection d'établissements pour des dépôts en Euro et douze échéances comprises entre un et douze mois. Il est publié par la Fédération des Banques Européennes.

Euribor est une moyenne arithmétique des taux pratiqués par un panel de 57 banques de référence qui présentent des volumes d'activité représentatifs sur ce marché monétaire. La moyenne arithmétique n'est pas pondérée par les volumes afin de masquer des informations à caractère concurrentiel sur l'activité respective de chacune des banques du panel de référence. La moyenne est calculée après élimination des valeurs extrêmes des 57 réponses (15 % vers le haut et vers le bas). C'est un taux d'intérêt au comptant publié avec trois décimales qui adopte la convention de calcul « jours réels/360 jours ». Il est publié chaque jour à 11 h 00, heure de Bruxelles, par Bridge Telerate.

Le panel de référence est constitué des banques les plus actives sur le marché monétaire dont l'activité contribue à la détermination des taux.

3. Les autres taux du marché monétaire

Il convient tout d'abord d'observer que la transposition du fonctionnement du marché interbancaire à un marché monétaire ouvert à l'ensemble des intervenants ne modifie pas ce que nous avons abordé plus haut. Par exemple, le taux au jour le jour peut aussi être affiché en moyenne mensuelle. Voici à titre d'exemple, la valeur relevée pour le mois de mars 2005 :

Taux mensuel du marché monétaire 2,0565 %

© Dunod, 2005 - Les taux d'intérêt - Pierre Gruson

Sur le marché monétaire au sens large, dernier étage de la pyramide, les acteurs sont plus nombreux : on trouve comme émetteur aussi bien l'État que les entreprises, voire des institutions non résidentes. S'agissant des acheteurs, outre les intervenants que nous venons de citer, nous pouvons ajouter les gérants d'actifs, en particulier ceux qui sont en charge de la gestion collective. Le marché monétaire tel qu'on l'entend ici n'est plus une structure unique, c'est plus un concept qui englobe l'ensemble des transactions qui sont menées sur des marchés organisés ou bien de gré à gré. Néanmoins, les références de taux que nous avons utilisées précédemment restent valables. Le taux Euribor est une référence privilégiée pour tous les montages financiers de court terme, qu'ils fassent ou non intervenir les marchés financiers, et pour les opérations de couverture contre le risque de taux. On le retrouve ainsi pour les crédits "spot" (crédits bancaires de court terme accordés à des entreprises), comme taux de référence des titres de créance négociables et enfin sur le marché Euronext-Liffe où sa valeur fait l'objet d'un contrat à terme.

En dernier lieu, nous pouvons rappeler qu'avant la généralisation du Pibor-Euribor, pour leurs meilleurs clients, les banques utilisaient le taux de base bancaire. Beaucoup moins volatil, témoin d'un environnement financier où les marchés étaient marginaux, il subsiste pour des raisons juridiques.

Voici quelques valeurs de taux pratiqués relevées sur le marché monétaire en avril 2005 :

jour	1 mois	3 mois	6 mois	1 an
2.06 %	2.08 %	2.11 %	2.16 %	2.24 %

Ces différents taux ont en commun d'être connus *a posteriori* et sont bien évidemment proposés comme taux nominaux en base annuelle.

L'un des principaux produits négocié sur ce marché est appelé *certificat de dépôt*. C'est un titre de créance émis par

un établissement de crédit. Au cours du mois de mars 2005, on relevait les valeurs suivantes :

	<i>demandé</i>	<i>offert</i>
<i>1 mois</i>	2.07	2.17
<i>3 mois</i>	2.09	2.19
<i>6 mois</i>	2.09	2.16

La présence de deux valeurs par échéance est assez facile à justifier : le taux demandé est inférieur car servi au prêteur, tandis que l'emprunteur offre une rémunération pour son endettement. La différence ou *spread* est la marge de l'intermédiaire financier. Comme d'habitude, on vérifie que l'on emprunte nécessairement à un taux plus élevé que celui auquel on est rémunéré¹...

Néanmoins, une autre référence tend également à être utilisée, elle représente au-delà de la meilleure qualité de signature privée, celle de l'État. S'agissant du marché monétaire, on compare les rendements des différents placements aux bons du Trésor que nous allons étudier à la section suivante. Sur le marché secondaire ou marché des titres existants (*when-issued market*), le seul dans ce cas à correspondre au marché monétaire, les bons du Trésor affichent une rentabilité sur plusieurs échéances hebdomadaires, en fonction de leur date de remboursement (le jeudi) :

Taux de référence des bons du Trésor le 13 avril 2005

21 04 05	2.03 %	19 05 05	2.03 %
28 04 05	2.03 %	26 05 05	2.03 %
04 05 05	2.03 %	02 06 05	2.03 %
12 05 05	2.03 %	09 06 05	2.04 %
		16 02 06	2.13 %

Nous pouvons compléter par une présentation des écarts de rémunération en fonction de l'émetteur et par référence au benchmark, ce qui devrait être le taux le plus bas. L'État représente par nature le placement sans risque, tout

1. Euribor est un taux offert, et l'on trouve parfois mention d'un Euribid qui est un taux demandé et dont le sigle provient du terme anglo-saxon "*bid-offer*" pour rendre compte de la fourchette de prix.

du moins pour les plus prestigieux d'entre eux. Voici la hiérarchie pour des taux à un mois :

Certificats de dépôt émis par les banques et établissements de crédit :		Trésor – 1 point de base ¹
Émetteurs nationalisés et privés		
1 ^{re} signature :		Trésor + 0,99 point de base
Autres émetteurs privés :		Trésor + 6 à 10 points de base

L'exemple relevé montre opportunément qu'il n'en va pas toujours ainsi puisque les certificats de dépôt proposent une rémunération très légèrement plus faible : un point de base¹. Plusieurs explications sont possibles : de courtes différences entre les échéances des opérations, un décalage de temps dans le relevé des cotations, un déséquilibre ponctuel offre-demande sur l'un des deux marchés, ou sur les deux. En tout état de cause, cette situation est assez peu fréquente.

De même, si l'on souhaite comparer ces taux de court terme avec des taux de long terme, il faut transformer le taux nominal en taux actuariel pour tenir compte des intérêts qui ne seront pas versés en fin de période annuelle, mais à l'échéance de l'opération. Le prêteur peut alors « capitaliser » les intérêts reçus en cours d'année. On est alors conduit à déterminer des « intérêts composés ». Nous allons examiner ce point au cours de la prochaine section.

II. LA GAMME DES TAUX SPOT – LA GAMME DES TAUX FUTURES

La remarque précédente reste vraie pour des comparaisons de taux infra annuels de durées différentes. La confrontation passe par l'annualisation des rendements et la prise en compte du rythme de versement des intérêts. De plus, même lorsque la durée de vie des titres est identique, il faut prendre en compte l'échéancier de règlement des intérêts.

1. Un point de base – pdb – représente 0,01 % d'intérêt ; on le dénomme aussi centime parce qu'il s'agit d'un centième de point de taux d'intérêt. Dans la presse et sur les sites anglo-saxons, on lira *bp* pour *basis point*.

Pour illustrer ce point nous pouvons revenir à un principe de différenciation : les intérêts précomptés et les intérêts post-comptés.

Les intérêts peuvent être réglés dès la cession du titre ou bien à son échéance. Avec des intérêts précomptés, l'acheteur du titre versera à l'émetteur le montant du capital net "C" net des intérêts "I", soit "C-I". En fin de période, le prêteur ne recevra que C, le montant du capital. Ce taux s'appelle également "IPA" pour "intérêts payés d'avance". Cette technique était essentiellement utilisée lors des adjudications de bons du Trésor, mais les autres émissions de titres peuvent revêtir la même forme, à condition que la durée du titre soit inférieure à un an.

Les taux post-comptés, encore dénommés « TIF », « taux in fine » ou « IPE », « intérêts payés à l'échéance » sont plus courants. Tous les taux d'intérêt que nous avons présentés au paragraphe précédent sont « IPE ». Dans ce cas, l'acheteur verse C à l'emprunteur qui reversera C + I à l'échéance.

La distinction est importante puisque les rendements ne sont pas les mêmes.

Soit un placement de 10 M€ pour 6 mois, taux IPE 3 %..

Le montant des intérêts sera $I = 10 \text{ M€} \times 3 \% \times 182/360^1 = 0,1517 \text{ M€}$

Le rendement brut au bout de six mois sera de $10,1517/10 = 1,01517 (1,517 \%)$;

Prenons le même placement mais avec un taux IPA. Le calcul des taux reste le même, mais le rendement est modifié : l'acheteur de ce titre ne paiera que $10 - 0,1517 = 9,8483 \text{ M€}$. Son rendement brut sera 10 M€ remboursés en fin de période pour 9,8483 M€ investis, soit $10/9,8483 = 1,01540 (1,540 \%)$.

En conclusion, un taux IPA est toujours plus fort qu'un taux IPE, ce qui semble logique puisque la mise de fonds initiale est plus faible.

Si l'on souhaitait les exprimer en base annuelle, il faudrait corriger de la durée :

– le placement 3 % IPE fournit un rendement de 1,517 % en 182 jours. Sur un an, on retrouve : $3 \% (1,517 \% \times 360/182)$.

– le placement 3 % IPA fournit un rendement de 1,540 % en 182 jours. Sur un an, on obtient 3,046 % ($1,54 \times 360/182$). Nous avons transformé le taux IPA de 3 % en taux de IPE de 3,046 %.

1. Le calcul de durée sur le marché monétaire fait intervenir au numérateur le nombre exact de jours, même si l'année commerciale sert de référence. Un taux de court terme un an est donc majoré : $365[366]/360 = 1,0139[1,0167]$

Cette valeur représente le rendement TIF de cette opération, mais ne remplit pas toutes les caractéristiques nécessaires à l'appellation de taux de rendement actuariel.

Comment justifier la coexistence de ces deux pratiques ? À notre sens, au-delà de l'usage établi, des raisons de fiscalités peuvent l'expliquer. Un titre IPA revendu sur le marché secondaire se traduit par des produits financiers car la totalité des intérêts a été perçue par le premier acheteur. Le nouvel acquéreur n'enregistrera pas de produits financiers, mais seulement une plus-value de court terme. Inversement, le premier acheteur d'un titre à taux IPE qui revend avant son échéance, n'encaisse pas de produits financiers, mais simplement une plus-value. Il faudrait donc tenir compte des fiscalités d'intérêts et de plus-values de court terme avant de choisir un placement IPA ou IPE.

1. Taux nominal, taux actuariel, taux en continu

Nous avons jusqu'ici utilisé le taux actuariel sans en préciser l'utilité. Seul un taux actuariel permet de comparer des placements de court terme de durées différentes ou bien de mettre en rapport un taux de court terme avec un taux de long terme. La courbe des taux d'intérêt que nous étudierons dans le troisième chapitre est construite à partir de taux d'intérêt actuariels. Le taux de rendement actuariel peut être comparé au compteur de vitesse d'une voiture (tachymètre !) : lorsqu'il indique 90 km/h, il va de soi qu'il faudrait rouler à la même vitesse pendant une heure pour parcourir cette distance. Le chiffre de 90 indique simplement la performance du déplacement. Il va de même pour le taux de rendement actuariel qui nous renseigne sur la rentabilité potentielle annuelle quel que soit l'échéancier des revenus et remboursements. La mention de ce taux est obligatoire pour toutes les opérations financières initiées sur les marchés, tout comme son équivalent, le TAEG (taux annuel équivalent global), est obligatoire pour les opérations bancaires.

Les taux de long terme sont naturellement des taux actuariels sous réserve que le rythme de paiement des intérêts soit annuel et intervienne en fin de période. En revanche, pour un placement de court terme, il faut tenir compte du

fait que les intérêts seront versés au plus tard à l'échéance du titre, par conséquent, le plus souvent avant un an.

Reprenons l'exemple utilisé précédemment :

– soit un placement de 10 M€ pour 6 mois, taux IPE 3 %. Ce placement est renouvelable pour le second semestre dans les mêmes conditions.

On cherche à comparer ces deux placements successifs avec un seul placement à 3 % de durée un an.

Dans ce dernier cas, la somme disponible en fin de période annuelle serait de :

$10 \text{ M€} \times (1 + 3\% \times 365/360) = 10,30417 \text{ M€}$, le taux actuariel est de 3,0417 %

– avec deux placements successifs, le rendement sera plus élevé car les intérêts du premier semestre pourront être replacés :

01/01 10 M€ investis ;

30/06 Remboursement du capital et paiement des intérêts pour 181 jours : 0,1508 M€

01/07 Placement du total disponible soit 10,1508 M€

31/12 Remboursement du capital prêté au second semestre 10,1508 M€

Paiement des intérêts $10,1508 \text{ M€} \times 3\% \times 184/360 = 0,1556 \text{ M€}$

La somme disponible en fin de période est de 10,3064 M€. Le taux actuariel correspondant sera de 3,064 %, supérieur au précédent. Plus le placement est court, plus le taux actuariel sera supérieur au taux IPE, car la capitalisation des intérêts est de plus en plus fréquente.

L'écart entre les valeurs des taux actuariels pour un même taux nominal annuel (par exemple 6 %) est dû à la capitalisation des intérêts. Il augmente lorsque le délai de capitalisation diminue, pour atteindre au minimum 24 heures, fraction de temps minimale lorsque le temps est utilisé comme une variable discrète :

Capitalisation	nb	formule	valeur acquise en fin d'année
Annuelle	1	$(1 + 0,06/1)^1$	1,060000
Semestrielle	2	$(1 + 0,06/2)^2$	1,060900
Trimestrielle	4	$(1 + 0,06/4)^4$	1,061363
Mensuelle	12	$(1 + 0,06/12)^{12}$	1,061678
Journalière	365	$(1 + 0,06/365)^{365}$	1,061831

En revanche, si le temps est considéré comme une variable continue, le nombre de périodes infra annuelles tend vers l'infini, le

taux d'intérêt et la valeur acquise en fin d'année en continu tendent vers une limite donnée par :

$$e^{0,06} = 1,061836547 \text{ soit un taux actuariel de } 6,1836547 \%$$

Inversement, on pourrait déterminer un taux pour six mois qui serait équivalent au placement de douze mois. On peut rechercher quel taux au cours du second semestre rendrait équivalentes les deux alternatives de placement. En effet, s'il ressort que l'une ou l'autre des formules est plus intéressante, tous les prêteurs la choisiront, tous les emprunteurs l'éviteront. La loi de l'offre et de la demande conduira à ajuster ce taux du second semestre de manière à ce que les intervenants soient indifférents à l'une ou l'autre des formules. C'est ce que nous allons maintenant aborder.

2. Opération *forward-forward*

Les taux d'intérêt de long terme sont considérés comme une formule agrégative des taux de court terme. S'il existe un lien entre plusieurs taux de court terme et un taux de long terme, on doit pouvoir utiliser cette relation pour définir un taux de court terme par rapport à un autre en fonction d'un taux de long terme. Cette technique met à jour des taux d'intérêt implicites ou taux d'intérêt à terme.

Dans la suite de ce développement, nous allons utiliser une convention de notation particulière. Soit " ${}_6t_6$ ", le taux du second semestre, parce qu'il débute dans six mois et correspond à une durée de six mois. Cette notation indique que nous sommes en présence d'un taux d'intérêt à terme. Par analogie, le taux du premier semestre serait noté " ${}_0t_6$ ". On trouve aussi dans la littérature la notation $t_{0,6}$ pour le taux « spot » ou « au comptant » du premier semestre et $t_{6,6}$ pour le second semestre, taux forward.

Nous allons étudier comment utiliser ce calcul et les taux de court terme comptant de durée différente pour mener une opération *forward-forward*. Voici quel taux " ${}_6t_6$ " rend équivalents deux placements semestriels à 4 % et un placement annuel également à 4 % :